

Totale Ableitung und Richtungsableitung

Sei $f(0,0) = 0$ und

$$f(x,y) = \frac{x^3}{x^2+y^2} \quad \text{für } (x,y) \neq (0,0).$$

- a) Zeigen Sie, dass f_x und f_y überall existieren und beschränkt auf \mathbb{R}^2 sind.
- b) Zeigen Sie, dass die Richtungsableitungen $\frac{\partial f}{\partial u}(0,0)$, ($u = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$, $\|u\| = 1$), existieren, und dass ihr Absolutwert nicht größer als 1 ist.
- c) * Zeigen Sie, dass andererseits f nicht differenzierbar in $(0,0)$ ist.